Algebra - první díl

Lenka Zalabová

Ústav matematiky a biomatematiky, Přírodovědecká fakulta, Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích

zima 2012

Obsah

1. Množiny a operace

2. Grupoidy, pologrupy a grupy

3. Nějaké další příklady

Opakování

Množina ... soubor objektů, které nazýváme *prvky množiny*. Těch může být konečně mnoho, nekonečně mnoho nebo žádný.

Example

- $M_1 = \{5, 7, 9, 1, -4, -7, 12\}$
- $M_2 = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, \dots\}$
- $M_3 = \{\dots, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$

Opakování

Množina ... soubor objektů, které nazýváme *prvky množiny*. Těch může být konečně mnoho, nekonečně mnoho nebo žádný.

Example

- $M_1 = \{5, 7, 9, 1, -4, -7, 12\}$
- $M_2 = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, \dots\}$
- $M_3 = \{\dots, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$
- $M_4 = \{x \in M_1 : x > 6\} =$

Opakování

Množina ... soubor objektů, které nazýváme *prvky množiny*. Těch může být konečně mnoho, nekonečně mnoho nebo žádný.

Example

- $M_1 = \{5, 7, 9, 1, -4, -7, 12\}$
- $M_2 = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, \dots\}$
- $M_3 = \{\dots, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$
- $M_4 = \{x \in M_1 : x > 6\} = \{7, 9, 12\}$

Opakování

Množina ... soubor objektů, které nazýváme *prvky množiny*. Těch může být konečně mnoho, nekonečně mnoho nebo žádný.

Example

- $M_1 = \{5, 7, 9, 1, -4, -7, 12\}$
- $M_2 = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, \dots\}$
- $M_3 = \{\dots, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$
- $M_4 = \{x \in M_1 : x > 6\} = \{7, 9, 12\}$
- $M_5 = \{x \in M_2 : x > 6\} =$

Opakování

Množina ... soubor objektů, které nazýváme *prvky množiny*. Těch může být konečně mnoho, nekonečně mnoho nebo žádný.

Example

- $M_1 = \{5, 7, 9, 1, -4, -7, 12\}$
- $M_2 = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, \dots\}$
- $M_3 = \{\dots, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$
- $M_4 = \{x \in M_1 : x > 6\} = \{7, 9, 12\}$
- $M_5 = \{x \in M_2 : x > 6\} = \{7, 8, 9, 10, 11, \dots\}$

Opakování

Množina ... soubor objektů, které nazýváme *prvky množiny*. Těch může být konečně mnoho, nekonečně mnoho nebo žádný.

Example

- $M_1 = \{5, 7, 9, 1, -4, -7, 12\}$
- $M_2 = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, \dots\}$
- $M_3 = \{\dots, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$
- $M_4 = \{x \in M_1 : x > 6\} = \{7, 9, 12\}$
- $M_5 = \{x \in M_2 : x > 6\} = \{7, 8, 9, 10, 11, \dots\}$
- $M_6 = \{x \in M_2 : x < 6\} =$

Opakování

Množina ... soubor objektů, které nazýváme *prvky množiny*. Těch může být konečně mnoho, nekonečně mnoho nebo žádný.

Example

- $M_1 = \{5, 7, 9, 1, -4, -7, 12\}$
- $M_2 = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, \dots\}$
- $M_3 = \{\dots, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$
- $M_4 = \{x \in M_1 : x > 6\} = \{7, 9, 12\}$
- $M_5 = \{x \in M_2 : x > 6\} = \{7, 8, 9, 10, 11, \dots\}$
- $M_6 = \{x \in M_2 : x < 6\} = \{4, 5\}$

Opakování

Množina ... soubor objektů, které nazýváme *prvky množiny*. Těch může být konečně mnoho, nekonečně mnoho nebo žádný.

Example

- $M_1 = \{5, 7, 9, 1, -4, -7, 12\}$
- $M_2 = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, \dots\}$
- $M_3 = \{\dots, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$
- $M_4 = \{x \in M_1 : x > 6\} = \{7, 9, 12\}$
- $M_5 = \{x \in M_2 : x > 6\} = \{7, 8, 9, 10, 11, \dots\}$
- $M_6 = \{x \in M_2 : x < 6\} = \{4, 5\}$
- $M_7 = \{x \in M_3 : x > 6\} =$

Opakování

Množina ... soubor objektů, které nazýváme *prvky množiny*. Těch může být konečně mnoho, nekonečně mnoho nebo žádný.

Example

- $M_1 = \{5, 7, 9, 1, -4, -7, 12\}$
- $M_2 = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, \dots\}$
- $M_3 = \{\dots, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$
- $M_4 = \{x \in M_1 : x > 6\} = \{7, 9, 12\}$
- $M_5 = \{x \in M_2 : x > 6\} = \{7, 8, 9, 10, 11, \dots\}$
- $M_6 = \{x \in M_2 : x < 6\} = \{4, 5\}$
- $M_7 = \{x \in M_3 : x > 6\} = \emptyset$

Opakování

Množina ... soubor objektů, které nazýváme *prvky množiny*. Těch může být konečně mnoho, nekonečně mnoho nebo žádný.

Example

- $M_1 = \{5, 7, 9, 1, -4, -7, 12\}$
- $M_2 = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, \dots\}$
- $M_3 = \{\dots, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$
- $M_4 = \{x \in M_1 : x > 6\} = \{7, 9, 12\}$
- $M_5 = \{x \in M_2 : x > 6\} = \{7, 8, 9, 10, 11, \dots\}$
- $M_6 = \{x \in M_2 : x < 6\} = \{4, 5\}$
- $M_7 = \{x \in M_3 : x > 6\} = \emptyset$
- $M_8 = \{x \in M_3 : x < 6\} =$

Opakování

Množina ... soubor objektů, které nazýváme *prvky množiny*. Těch může být konečně mnoho, nekonečně mnoho nebo žádný.

Example

- $M_1 = \{5, 7, 9, 1, -4, -7, 12\}$
- $M_2 = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, \dots\}$
- $M_3 = \{\dots, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$
- $M_4 = \{x \in M_1 : x > 6\} = \{7, 9, 12\}$
- $M_5 = \{x \in M_2 : x > 6\} = \{7, 8, 9, 10, 11, \dots\}$
- $M_6 = \{x \in M_2 : x < 6\} = \{4, 5\}$
- $M_7 = \{x \in M_3 : x > 6\} = \emptyset$
- $M_8 = \{x \in M_3 : x < 6\} = M_3$

Obvyklé značení

- $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$ ... přirozená čísla
- $\mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$... přirozená čísla s nulou
- $\mathbb{Z} = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$ ... celá čísla
- $\mathbb{Q} = \{\frac{p}{q} : p \in \mathbb{Z}; q \in \mathbb{N}; p, q$ nesoudělná $\}$ ... racionální čísla
- $\mathbb{R}$ ... reálná čísla
- $\mathbb{C}$ ... komplexní čísla

Fakt

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{N}_0 \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$$

- $\mathbb{I} = \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ ... iracionální čísla

Ještě opakování

M ... množina

Definition

Kartézská mocnina $M \times M$ množiny M ... množina

$$M \times M = \{(m, n) : m, n \in M\}.$$

Ještě opakování

M ... množina

Definition

Kartézská mocnina $M \times M$ množiny M ... množina

$$M \times M = \{(m, n) : m, n \in M\}.$$

Example

Pro množinu $M = \{4, 6, 1\}$ dostaneme $M \times M =$

Ještě opakování

M ... množina

Definition

Kartézská mocnina $M \times M$ množiny M ... množina

$$M \times M = \{(m, n) : m, n \in M\}.$$

Example

Pro množinu $M = \{4, 6, 1\}$ dostaneme $M \times M = \{(4, 4), (4, 6), (4, 1), (6, 4), (6, 6), (6, 1), (1, 4), (1, 6), (1, 1)\}$.

Obecně lze definovat *n-tou kartézskou mocninu*

$$M^n = \underbrace{M \times \cdots \times M}_{n}.$$

Pořád ještě opakování

Definition

Zobrazení f z množiny M_1 do množiny M_2 ... pravidlo, které každému prvku $x \in M_1$ přiřadí právě jeden prvek $f(x) \in M_2$.

$$f : M_1 \to M_2, \quad x \mapsto f(x)$$

Pořád ještě opakování

Definition

Zobrazení f z množiny M_1 do množiny M_2 ... pravidlo, které každému prvku $x \in M_1$ přiřadí právě jeden prvek $f(x) \in M_2$.

$$f : M_1 \to M_2, \quad x \mapsto f(x)$$

Example

Jedná se o zobrazení?

1. $M_1 = \mathbb{R}, M_2 = \mathbb{R}, f(x) = x^3$

Pořád ještě opakování

Definition

Zobrazení f z množiny M_1 do množiny M_2 ... pravidlo, které každému prvku $x \in M_1$ přiřadí právě jeden prvek $f(x) \in M_2$.

$$f : M_1 \to M_2, \quad x \mapsto f(x)$$

Example

Jedná se o zobrazení?

1. $M_1 = \mathbb{R}, M_2 = \mathbb{R}, f(x) = x^3$ ... ano

Pořád ještě opakování

Definition

Zobrazení f z množiny M_1 do množiny M_2 ... pravidlo, které každému prvku $x \in M_1$ přiřadí právě jeden prvek $f(x) \in M_2$.

$$f : M_1 \to M_2, \quad x \mapsto f(x)$$

Example

Jedná se o zobrazení?

1. $M_1 = \mathbb{R}, M_2 = \mathbb{R}, f(x) = x^3$ ... ano
2. $M_1 = \mathbb{N}, M_2 = \mathbb{R}, f(x) = x^3$

Pořád ještě opakování

Definition

Zobrazení f z množiny M_1 do množiny M_2 ... pravidlo, které každému prvku $x \in M_1$ přiřadí právě jeden prvek $f(x) \in M_2$.

$$f : M_1 \to M_2, \quad x \mapsto f(x)$$

Example

Jedná se o zobrazení?

1. $M_1 = \mathbb{R}, M_2 = \mathbb{R}, f(x) = x^3$ ... ano
2. $M_1 = \mathbb{N}, M_2 = \mathbb{R}, f(x) = x^3$ ... ano

Pořád ještě opakování

Definition

Zobrazení f z množiny M_1 do množiny M_2 ... pravidlo, které každému prvku $x \in M_1$ přiřadí právě jeden prvek $f(x) \in M_2$.

$$f : M_1 \to M_2, \quad x \mapsto f(x)$$

Example

Jedná se o zobrazení?

1. $M_1 = \mathbb{R}, M_2 = \mathbb{R}, f(x) = x^3$ ... ano
2. $M_1 = \mathbb{N}, M_2 = \mathbb{R}, f(x) = x^3$ ... ano
3. $M_1 = \{1, 2, 3, 4\}$, $M_2 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $f(x) = 2x$ pro liché x a $f(x) = x + 1$ pro sudé x

Pořád ještě opakování

Definition

Zobrazení f z množiny M_1 do množiny M_2 ... pravidlo, které každému prvku $x \in M_1$ přiřadí právě jeden prvek $f(x) \in M_2$.

$$f : M_1 \to M_2, \quad x \mapsto f(x)$$

Example

Jedná se o zobrazení?

1. $M_1 = \mathbb{R}, M_2 = \mathbb{R}, f(x) = x^3$ ... ano
2. $M_1 = \mathbb{N}, M_2 = \mathbb{R}, f(x) = x^3$ ... ano
3. $M_1 = \{1, 2, 3, 4\}$, $M_2 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $f(x) = 2x$ pro liché x a $f(x) = x + 1$ pro sudé x ... ano

Binární operace

Definition

Binární operace na množině M ... zobrazení $*: M \times M \to M$.

Neboli: Každé dvojici prvků $(m, n) \in M \times M$ přiřadíme právě jeden prvek z M.

Binární operace

Definition

Binární operace na množině M ... zobrazení $* : M \times M \to M$.

Neboli: Každé dvojici prvků $(m, n) \in M \times M$ přiřadíme právě jeden prvek z M.

Example (Sčítání na $\mathbb{R}$)

Předpis

$$+ : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad (x, y) \mapsto x + y$$

zadává operaci na množině reálných čísel.
Například $(2, 3) \mapsto 5$, neboli dvojici $(2, 3)$ přiřadíme 5;
lidsky řečeno $2 + 3 = 5$.

Je to operace?

Example

Rozhodněte, zda se jedná o binární operaci $*$ na množině M:

1. $M = \mathbb{Q}$ a $* = +$

Je to operace?

Example

Rozhodněte, zda se jedná o binární operaci $*$ na množině M:

1. $M = \mathbb{Q}$ a $* = +$ ... ano

Je to operace?

Example

Rozhodněte, zda se jedná o binární operaci $*$ na množině M:

1. $M = \mathbb{Q}$ a $* = +$ ... ano
2. $M = \mathbb{N}$ a $* = -$

Je to operace?

Example

Rozhodněte, zda se jedná o binární operaci $*$ na množině M:

1. $M = \mathbb{Q}$ a $* = +$ ... ano
2. $M = \mathbb{N}$ a $* = -$ ... ne

Je to operace?

Example

Rozhodněte, zda se jedná o binární operaci $*$ na množině M:

1. $M = \mathbb{Q}$ a $* = +$ ... ano
2. $M = \mathbb{N}$ a $* = -$ ... ne
3. $M = \mathbb{Z}$ a $* = -$

Je to operace?

Example

Rozhodněte, zda se jedná o binární operaci $*$ na množině M:

1. $M = \mathbb{Q}$ a $* = +$ ... ano
2. $M = \mathbb{N}$ a $* = -$ ... ne
3. $M = \mathbb{Z}$ a $* = -$ ... ano

Je to operace?

Example

Rozhodněte, zda se jedná o binární operaci $*$ na množině M:

1. $M = \mathbb{Q}$ a $* = +$ ... ano
2. $M = \mathbb{N}$ a $* = -$ ... ne
3. $M = \mathbb{Z}$ a $* = -$ ... ano
4. $M = Mat_{2,3}(\mathbb{R})$, t.j. reálné matice typu $(2, 3)$, a $* = +$

Je to operace?

Example

Rozhodněte, zda se jedná o binární operaci $*$ na množině M:

1. $M = \mathbb{Q}$ a $* = +$ ... ano
2. $M = \mathbb{N}$ a $* = -$ ... ne
3. $M = \mathbb{Z}$ a $* = -$ ... ano
4. $M = Mat_{2,3}(\mathbb{R})$, t.j. reálné matice typu $(2, 3)$, a $* = +$ ... ano

Je to operace?

Example

Rozhodněte, zda se jedná o binární operaci $*$ na množině M:

1. $M = \mathbb{Q}$ a $* = +$ ... ano
2. $M = \mathbb{N}$ a $* = -$ ... ne
3. $M = \mathbb{Z}$ a $* = -$ ... ano
4. $M = Mat_{2,3}(\mathbb{R})$, t.j. reálné matice typu $(2, 3)$, a $* = +$ ... ano
5. $M = Mat_2(\mathbb{R})$, t.j. reálné čtvercové matice řádu 2, a $*$ = vynásobení skalárem

Je to operace?

Example

Rozhodněte, zda se jedná o binární operaci $*$ na množině M:

1. $M = \mathbb{Q}$ a $* = +$ ... ano
2. $M = \mathbb{N}$ a $* = -$ ... ne
3. $M = \mathbb{Z}$ a $* = -$ ... ano
4. $M = Mat_{2,3}(\mathbb{R})$, t.j. reálné matice typu $(2, 3)$, a $* = +$ ... ano
5. $M = Mat_2(\mathbb{R})$, t.j. reálné čtvercové matice řádu 2, a $*$ = vynásobení skalárem ... ne

Je to operace?

Example

Rozhodněte, zda se jedná o binární operaci $*$ na množině M:

1. $M = \mathbb{Q}$ a $* = +$ ... ano
2. $M = \mathbb{N}$ a $* = -$ ... ne
3. $M = \mathbb{Z}$ a $* = -$ ... ano
4. $M = Mat_{2,3}(\mathbb{R})$, t.j. reálné matice typu $(2, 3)$, a $* = +$ ... ano
5. $M = Mat_2(\mathbb{R})$, t.j. reálné čtvercové matice řádu 2, a $*$ = vynásobení skalárem ... ne
6. $M = \mathbb{Q}$ a $x * y = x + y + \pi$

Je to operace?

Example

Rozhodněte, zda se jedná o binární operaci $*$ na množině M:

1. $M = \mathbb{Q}$ a $* = +$ ... ano
2. $M = \mathbb{N}$ a $* = -$ ... ne
3. $M = \mathbb{Z}$ a $* = -$ ... ano
4. $M = Mat_{2,3}(\mathbb{R})$, t.j. reálné matice typu $(2, 3)$, a $* = +$ ... ano
5. $M = Mat_2(\mathbb{R})$, t.j. reálné čtvercové matice řádu 2, a $*$ = vynásobení skalárem ... ne
6. $M = \mathbb{Q}$ a $x * y = x + y + \pi$ ... ne

Vlastnosti operací

M ... množina
$*$ ... operace na množině

Definition

- Operace $*$ na M se nazývá *komutativní*, jestliže pro každé $m, n \in M$ platí
$$m * n = n * m.$$

Vlastnosti operací

M ... množina
$*$ ... operace na množině

Definition

- Operace $*$ na M se nazývá *komutativní*, jestliže pro každé $m, n \in M$ platí
$$m * n = n * m.$$
- Operace $*$ na M se nazývá *asociativní*, jestliže pro každé $m, n, p \in M$ platí
$$(m * n) * p = m * (n * p).$$

1. Množiny a operace
2. Grupoidy, pologrupy a grupy
3. Nějaké další příklady

Grupoidy a pologrupy

Definition

- Nechť $*$ je operace na množině G. Pak dvojice $(G, *)$ se nazývá *grupoid*.
- Grupoid se nazývá *komutativní*, je-li operace $*$ komutativní.

Grupoidy a pologrupy

Definition

- Nechť $*$ je operace na množině G. Pak dvojice $(G, *)$ se nazývá *grupoid*.
- Grupoid se nazývá *komutativní*, je-li operace $*$ komutativní.

Definition

- Nechť $(G, *)$ je grupoid. Je-li operace $*$ na G asociativní, nazýváme jej *pologrupa*.
- Je-li operace $*$ na G zároveň komutativní, mluvíme o *komutativní pologrupě*.

Je to pologrupa?

Example

Rozhodněte, zda se jedná o (komutativní) pologrupu:

1. $(\mathbb{N}, +)$ ...

Je to pologrupa?

Example

Rozhodněte, zda se jedná o (komutativní) pologrupu:

1. $(\mathbb{N}, +)$ ... ano, komutativní

Je to pologrupa?

Example

Rozhodněte, zda se jedná o (komutativní) pologrupu:

1. $(\mathbb{N}, +)$ ... ano, komutativní
2. $(Mat_2(\mathbb{R}), *)$, kde $Mat_2(\mathbb{R})$ je množina čtvercových matic řádu 2 a $*$ je maticové násobení ...

Je to pologrupa?

Example

Rozhodněte, zda se jedná o (komutativní) pologrupu:

1. $(\mathbb{N}, +)$ ... ano, komutativní
2. $(Mat_2(\mathbb{R}), *)$, kde $Mat_2(\mathbb{R})$ je množina čtvercových matic řádu 2 a $*$ je maticové násobení ... ano, nekomutativní

Je to pologrupa?

Example

Rozhodněte, zda se jedná o (komutativní) pologrupu:

1. $(\mathbb{N}, +)$ ... ano, komutativní
2. $(Mat_2(\mathbb{R}), *)$, kde $Mat_2(\mathbb{R})$ je množina čtvercových matic řádu 2 a $*$ je maticové násobení ... ano, nekomutativní
3. $(\mathbb{Z}, -)$ ...

Je to pologrupa?

Example

Rozhodněte, zda se jedná o (komutativní) pologrupu:

1. $(\mathbb{N}, +)$ ... ano, komutativní
2. $(Mat_2(\mathbb{R}), *)$, kde $Mat_2(\mathbb{R})$ je množina čtvercových matic řádu 2 a $*$ je maticové násobení ... ano, nekomutativní
3. $(\mathbb{Z}, -)$ ... ne

Je to pologrupa?

Example

Rozhodněte, zda se jedná o (komutativní) pologrupu:

1. $(\mathbb{N}, +)$ ... ano, komutativní
2. $(Mat_2(\mathbb{R}), *)$, kde $Mat_2(\mathbb{R})$ je množina čtvercových matic řádu 2 a $*$ je maticové násobení ... ano, nekomutativní
3. $(\mathbb{Z}, -)$ ... ne
4. $(\mathbb{N}, *)$, kde $x * y = max\{x, y\}$ ...

Je to pologrupa?

Example

Rozhodněte, zda se jedná o (komutativní) pologrupu:

1. $(\mathbb{N}, +)$ ... ano, komutativní
2. $(Mat_2(\mathbb{R}), *)$, kde $Mat_2(\mathbb{R})$ je množina čtvercových matic řádu 2 a $*$ je maticové násobení ... ano, nekomutativní
3. $(\mathbb{Z}, -)$ ... ne
4. $(\mathbb{N}, *)$, kde $x * y = max\{x, y\}$ ... ano, komutativní

Jednotkové prvky

Definition

Prvek $e \in G$ se nazývá *jednotkovým prvkem (neutrálním prvkem)* grupoidu $(G, *)$, jestliže pro libovolné $a \in G$ platí

$$e * a = a * e = a.$$

Jednotkové prvky

Definition

Prvek $e \in G$ se nazývá *jednotkovým prvkem (neutrálním prvkem)* grupoidu $(G, *)$, jestliže pro libovolné $a \in G$ platí

$$e * a = a * e = a.$$

Theorem

Grupoid má nejvýše jeden jednotkový prvek.

Proof: ...

Inverze

Definition

Buď $(G, *)$ grupoid s jednotkovým prvkem, $a \in G$. Prvek $b \in G$ se nazývá *inverzí* prvku a, jestliže

$$a * b = b * a = e$$

Inverze

Definition

Buď $(G, *)$ grupoid s jednotkovým prvkem, $a \in G$. Prvek $b \in G$ se nazývá *inverzí* prvku a, jestliže

$$a * b = b * a = e$$

Theorem

Buď $(G, *)$ pologrupa s jednotkovým prvkem, $a \in G$. Pak existuje nejvýše jeden prvek v G inverzní k a.

Proof: ...

Grupy

Definition

- Grupoid $(G, *)$ se nazývá *grupa*, jestliže je asociativní, má jednotkový prvek a k libovolnému jeho prvku existuje prvek inverzní.
- Jestliže je navíc komutativní, mluvíme o *komutativní grupě (Abelovské grupě)*.

Je to grupa?

Example

Rozhodněte, zda se jedná o (komutativní) grupu:

1. $(\mathbb{R}, +)$

Je to grupa?

Example

Rozhodněte, zda se jedná o (komutativní) grupu:

1. $(\mathbb{R}, +)$ ... ano, komutativní

Je to grupa?

Example

Rozhodněte, zda se jedná o (komutativní) grupu:

1. $(\mathbb{R}, +)$ ... ano, komutativní
2. $(\mathbb{R}, \cdot)$

Je to grupa?

Example

Rozhodněte, zda se jedná o (komutativní) grupu:

1. $(\mathbb{R}, +)$ ... ano, komutativní
2. $(\mathbb{R}, \cdot)$ ... ne

Je to grupa?

Example

Rozhodněte, zda se jedná o (komutativní) grupu:

1. $(\mathbb{R}, +)$ ... ano, komutativní
2. $(\mathbb{R}, \cdot)$ ... ne
3. $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$

Je to grupa?

Example

Rozhodněte, zda se jedná o (komutativní) grupu:

1. $(\mathbb{R}, +)$ ... ano, komutativní
2. $(\mathbb{R}, \cdot)$ ... ne
3. $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$ ... ano, komutativní

Je to grupa?

Example

Rozhodněte, zda se jedná o (komutativní) grupu:

1. $(\mathbb{R}, +)$ ... ano, komutativní
2. $(\mathbb{R}, \cdot)$ ... ne
3. $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$ ... ano, komutativní
4. $(Mat_2(\mathbb{R}), \cdot)$

Je to grupa?

Example

Rozhodněte, zda se jedná o (komutativní) grupu:

1. $(\mathbb{R}, +)$ ... ano, komutativní
2. $(\mathbb{R}, \cdot)$ ... ne
3. $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$ ... ano, komutativní
4. $(Mat_2(\mathbb{R}), \cdot)$ ... ne

Jak zadat grupoid?

Explicitní definicí operace:

Example

- $(\mathbb{Z}, +), (\mathbb{R}, \cdot), \ldots$
- $(\mathbb{R}, *)$, kde $a * b = max\{a, b\}$

Jak zadat grupoid?

Explicitní definicí operace:

Example

- $(\mathbb{Z}, +), (\mathbb{R}, \cdot), \dots$
- $(\mathbb{R}, *)$, kde $a * b = max\{a, b\}$

Example

- $(G, *)$, kde $G = \{0, 1, 2\}$ a
  - $0 * 0 = 0$, $0 * 1 = 1$, $0 * 2 = 2$
  - $1 * 0 = 1$, $1 * 1 = 2$, $1 * 2 = 0$
  - $2 * 0 = 2$, $2 * 1 = 0$, $2 * 2 = 1$.

Jak zadat grupoid?

Tabulkou:

Example

$(G, *)$, kde $G = \{0, 1, 2\}$ a

*	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	0
2	2	0	1

Rozhodněte, zda $(G, *)$ je grupoid. Pokud ano, najděte vlastnosti operace $*$ a rozhodněte, zda se jedná a pologrupu či grupu.

- $G = \mathbb{R}$, $a * b = a + b - ab$,

Rozhodněte, zda $(G, *)$ je grupoid. Pokud ano, najděte vlastnosti operace $*$ a rozhodněte, zda se jedná a pologrupu či grupu.

- $G = \mathbb{R}$, $a * b = a + b - ab$,
- $G = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$, $x * y = |xy|$

Rozhodněte, zda $(G, *)$ je grupoid. Pokud ano, najděte vlastnosti operace $*$ a rozhodněte, zda se jedná a pologrupu či grupu.

- $G = \mathbb{R}$, $a * b = a + b - ab$,
- $G = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$, $x * y = |xy|$
- $G = \{-1, 0, 1\}$, $x * y = xy$

Mějme grupoid $(G, *)$, kde $G = \{a, b, c, d\}$ a $*$ je dána tabulkou

*	a	b	c	d
a	a	a	a	a
b	a	b	c	d
c	a	c	c	c
d	a	b	c	d

Rozhodněte, zda je komutativní a zda má jednotkový prvek.

Mějme pologrupu $(G, *)$, kde $G = \{a, b, c, d\}$ a $*$ je dána tabulkou

*	a	b	c	d
a	d	c	b	a
b	c	a	d	b
c	b	d	a	c
d	a	b	c	d

Rozhodněte, zda je to grupa.