

Exponenciální a logaritmické funkce, rovnice a nerovnice

Příklady - domácí příprava

Obsah cvičení: exponenciální a logaritmická funkce, logaritmy a jejich vlastnosti, exponenciální rovnice a nerovnice, logaritmické rovnice a nerovnice

Zopakujte si: pravidla pro počítání s mocninami

1. Načrtněte grafy funkcí (určete definiční obor, obor hodnot, průsečíky grafu s osou x a s osou y):

a) $f_1 : y = 2^{x+1} - 4$

b) $f_2 : y = |\log_2(x + 4) - 1|$

2. Vypočítejte:

a) $\log_5 125$

b) $\log_{\frac{1}{2}} \log_2 4$

3. Řešte rovnice s neznámou $x \in \mathbb{R}$:

a) $0,25 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{2x} = 1$

b) $5^{x+1} = 4$

4. Řešte rovnice s neznámou $x \in \mathbb{R}$:

a) $\log_4(5x - 4) = 2$

b) $\log_2^2 x + 2 \log_2 x - 3 = 0$

5. Řešte nerovnice s neznámou $x \in \mathbb{R}$:

a) $0,1^{2x} \leq 1$

b) $\log_{0,3} \frac{x+7}{2-x} \geq 0$

[Nápověda: Vycházejte z vlastností grafů exponenciálních a logaritmických funkcí o daném základu.]

Výsledky:

1.

a) $D(f) = \mathbb{R}$, $H(f) = (-4; +\infty)$, průsečík s osou x : $x = 1$, s osou y : $y = -2$;

b) $D(f) = (-4; +\infty)$, $H(f) = \mathbb{R}$, průsečík s osou x : $x = -2$, s osou y : $y = 1$;

2. a) 3, b) -1 ; 3. a) $\{-\frac{1}{2}\}$, b) $\{\log_5 \frac{4}{5}\}$; 4. a) $\{4\}$, b) $\{2; \frac{1}{8}\}$;

5. a) $\langle 0; +\infty \rangle$, b) $(-7; -\frac{5}{2})$